



METODE NUMERICE ÎN INGINERIE

ERORI DE APROXIMARE

ERORILE DE CALCUL NUMERIC**I. Moduri de exprimare a erorii**

A. Eroare absolută

$$E_A = A - a \quad (1)$$

B. Eroare relativă

$$e_A = \left| \frac{E_A}{A} \right| \quad \text{sau} \quad e_A = \left| \frac{E_A}{a} \right| \quad (2)$$

C. Eroarea procentuala

$$e_A^{\%} = 100 \cdot e_A \quad (3)$$

D. Limita superioară a erorii relative

$$e_A = \left| \frac{A - a}{a} \right| \leq e_A^s \quad (4)$$

$$a(1 - e_A^s) \leq A \leq a(1 + e_A^s) \quad (5)$$

$$A = a(1 \pm e_A^s) \quad (6)$$

II. Tipuri de erori

- 1. Erorile inerente** - provin din simplificarea modelului fizic, pentru a putea fi descris printr-un model matematic.
- 2. Erorile de metodă (trunchiere)** - sunt legate exclusiv de metodele numerice utilizate pentru soluționarea modelului matematic.
- 3. Erorile de rotunjire** - se datorează faptului că în calcule, numerele cu un număr infinit de zecimale se aproximează prin numere cu un număr finit de zecimale.

III. Reprezentarea numerelor în calculator

a. Reprezentarea unui număr întreg

$$a = \alpha_{n-1}B^{n-1} + \dots + \alpha_1B^1 + \alpha_0B^0$$

$$\text{sau } a = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i B^i, \quad \text{cu } 0 \leq \alpha_i \leq B-1 \quad (7)$$

$$a = \alpha_{n-1} \dots \alpha_0 \quad (8)$$

$$0 \leq a < B^n \quad (9)$$

a.1. Reguli de conversie dintr-o bază în alta

Sistemul zecimal

$$\alpha_i = \sum_{k=0}^3 \alpha_{i,k} 2^k, \quad \alpha_{i,k} = 0 \text{ sau } 1 \quad (10)$$

$$a = (\alpha_{n-1,3} \alpha_{n-1,2} \alpha_{n-1,1} \alpha_{n-1,0}) (\alpha_{n-2,3} \alpha_{n-2,2} \alpha_{n-2,1} \alpha_{n-2,0}) \dots (\alpha_{0,3} \alpha_{0,2} \alpha_{0,1} \alpha_{0,0}) \quad (11)$$

Sistemul binar

$$a = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i 2^i, \alpha_i \in \{0,1\} \quad (12)$$

Sistemul octal

$$a = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i 8^i, 0 \leq \alpha_i \leq 7 \quad (13)$$

Sistemul hexazecimal

$$a = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i 16^i, 0 \leq \alpha_i \leq 15 \quad (14)$$

Reprezentarea numerelor întregi (între 0 și 15) în diverse sisteme de numerație

Zecimal	Binar	Octal	hexazecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

b. Reprezentarea unui număr real

$$a = \sum_{i=-\infty}^{n-1} \alpha_i B^i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq B-1 \quad (15)$$

$$a_i = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i B^i, \quad a_f = \sum_{i=-\infty}^{-1} \alpha_i B^i, \quad 0 \leq \alpha_i \leq B-1 \quad (16)$$

unde ai este partea intrega, iar af partea fractionara.

$$E_A \leq \left(\frac{1}{2}\right)_B \cdot B^{n-m+1} \quad (17)$$

$$a_1 = 57,01 = 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-2} \quad (n = 1)$$

$$E_{a_1} = |A - a_1| = |56,98 - 57,01| = 0,03 < 0,5 \cdot 10^{-1} = 0,5 \cdot 10^{n-m+1} \quad (m = 3) \quad (18)$$

$$e_A \leq \frac{1}{\alpha_1} \cdot B^{1-m} = e_{\text{lim}}^* \quad (19)$$

IV. Propagarea erorilor

$$E_A = A - a, \quad E_F = F - f \quad (20)$$

$$e_A = \left| \frac{E_A}{a} \right|, \quad e_F = \left| \frac{E_F}{f} \right| \quad (21)$$

- Adunarea

$$E_{A+F} = A + F - (a + f) = E_A + E_F \quad (22)$$

$$e_{A+F} = \left| \frac{E_{A+F}}{a+f} \right| = \left| \frac{a}{a+f} \frac{E_A}{a} + \frac{f}{a+f} \frac{E_F}{f} \right| = \left| e_A \frac{a}{a+f} + e_F \frac{f}{a+f} \right| \quad (23)$$

$$e_{A+F}^T = \left| e_A \frac{a}{a+f} + e_F \frac{f}{a+f} \right| + e_s \quad (24)$$

- Inmultirea

$$E_{A \cdot F} = A \cdot F - a \cdot f = (a + E_A)(f + E_F) - a \cdot f \approx a \cdot E_F + f \cdot E_A \quad (25)$$

- Inmultirea

$$e_{A \cdot F} = \left| \frac{E_{A \cdot F}}{a \cdot f} \right| = \left| \frac{E_A}{a} + \frac{E_F}{f} \right| = |e_A + e_F| \quad (26)$$

$$e_{A \cdot F}^T = |e_A + e_F + e_p| \quad (27)$$

- Impartirea

$$E_{\frac{A}{F}} = \frac{A}{F} - \frac{a}{f} = \frac{a + E_A}{f + E_F} - \frac{a}{f} = \frac{f \cdot E_A - a \cdot E_F}{f^2 + fE_F} \approx \frac{fE_A - aE_F}{f^2} \quad (28)$$

$$e_{\frac{A}{F}} = \left| \frac{E_{\frac{A}{F}}}{\frac{A}{F}} \right| = \left| \frac{E_A}{A} - \frac{E_F}{F} \right| = |e_A - e_F| \quad (29)$$

$$e_{\frac{A}{F}}^T = |e_A - e_F + e_d| \quad (30)$$

- Scaderea

$$|E_{A-F} = A - F - (a - f) = E_A - E_F \quad (31)$$

$$e_{A-F} = \left| \frac{E_{A-F}}{a-f} \right| = \left| \frac{a}{a-f} \frac{E_A}{a} - \frac{f}{a-f} \frac{E_F}{f} \right| = \left| e_A \frac{a}{a-f} - e_F \frac{f}{a-f} \right| \quad (32)$$